अध्याय 14: प्रायिकता

Class 10 Math Chapter 14 Solutions (Hindi Medium)

प्रश्नावली 14.1

प्र 1. निम्नलिखित कथनों को पूरा कीजिए:

(i) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = _____ है।

(ii) उस घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती _____ है। ऐसी घटना _____ कहलाती है।

(iii) उस घटना की प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है _____ है। ऐसी घटना _____ कहलाती है।

(iv) किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग _____ है।

(v) किसी घटना की प्रायिकता _____ से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा _____ से छोटी या उसके बराबर होती है।

(i) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = **1** है। *(चूँकि $P(E) + P(\bar{E}) = 1$)*

(ii) उस घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती **0** है। ऐसी घटना **असंभव घटना (Impossible event)** कहलाती है।

(iii) उस घटना की प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है **1** है। ऐसी घटना **निश्चित घटना (या निर्धारित घटना / Sure event)** कहलाती है।

(iv) किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग **1** है।

(v) किसी घटना की प्रायिकता **0** से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा **1** से छोटी या उसके बराबर होती है। *($0 \leq P(E) \leq 1$)*

प्र 2. निम्नलिखित प्रयोगों में से किन-किन प्रयोगों के परिणाम समप्रायिक (equally likely) हैं? स्पष्ट कीजिए।

(i) एक ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है। कार चलना प्रारंभ हो जाती है या कार चलना प्रारंभ नहीं होती है।

(ii) एक खिलाड़ी बास्केटबॉल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है। वह बास्केट में बॉल डाल पाती है या नहीं डाल पाती है।

(iii) एक सत्य-असत्य प्रश्न का अनुमान लगाया जाता है। उत्तर सही है या गलत होगा।

(iv) एक बच्चे का जन्म होता है। वह एक लड़का है या एक लड़की है।

(i) समप्रायिक नहीं है (Not equally likely): कार का चलना कई बातों पर निर्भर करता है (जैसे- कार में पेट्रोल है या नहीं, इंजन सही है या नहीं)। इसलिए यह आवश्यक नहीं है कि कार के चलने या न चलने की प्रायिकता समान हो।

(ii) समप्रायिक नहीं है (Not equally likely): यह खिलाड़ी के कौशल (skill) और क्षमता पर निर्भर करता है, न कि केवल संयोग पर।

(iii) समप्रायिक है (Equally likely): किसी प्रश्न का उत्तर केवल या तो सही हो सकता है या गलत। इन दोनों परिणामों की प्रायिकता बराबर (50-50%) है।

(iv) समप्रायिक है (Equally likely): जन्म लेने वाला बच्चा लड़का होगा या लड़की, दोनों के होने की संभावना बिलकुल बराबर होती है।

प्र 3. फ़ुटबॉल के खेल को प्रारंभ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन-सी टीम पहले बॉल लेगी, इसके लिए सिक्का उछालना एक न्यायसंगत (fair) विधि क्यों माना जाता है?

सिक्का उछालने पर केवल दो ही संभव परिणाम होते हैं - चित (Head) या पट (Tail)।

ये दोनों परिणाम समप्रायिक (equally likely) होते हैं, अर्थात् दोनों के आने की संभावना बिलकुल बराबर होती है।

इसलिए, सिक्का उछालने का परिणाम पूरी तरह से अप्रत्याशित (unpredictable) होता है और किसी के साथ कोई पक्षपात नहीं होता। अतः यह एक न्यायसंगत विधि है।

प्र 4. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?
(A) $\frac{2}{3}$ (B) -1.5 (C) 15% (D) 0.7

हम जानते हैं कि किसी भी घटना की प्रायिकता 0 से छोटी (ऋणात्मक) और 1 से बड़ी नहीं हो सकती। $(0 \leq P(E) \leq 1)$

विकल्प (B) में -1.5 एक ऋणात्मक (negative) संख्या है।

अतः सही उत्तर (B) -1.5 है।

प्र 5. यदि $P(E) = 0.05$ है, तो 'E नहीं' की प्रायिकता क्या है?

दिया है: $P(E) = 0.05$

हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{E नहीं}) = 1$

इसलिए, $P(\text{E नहीं}) = 1 - P(E)$

$P(\text{E नहीं}) = 1 - 0.05 = 0.95$

अतः 'E नहीं' की प्रायिकता 0.95 है।

प्र 6. एक थैले में केवल नींबू की महक वाली मीठी गोलियाँ हैं। मालिनी बिना थैले में झाँके उसमें से एक गोली निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकाली गई गोली
(i) संतरे की महक वाली है?
(ii) नींबू की महक वाली है?

(i) संतरे की महक वाली गोली की प्रायिकता:

चूँकि थैले में केवल नींबू की महक वाली गोलियाँ हैं, इसलिए संतरे की महक वाली गोली निकालना एक **असंभव घटना** है।

अतः, इसकी प्रायिकता 0 है।

(ii) नींबू की महक वाली गोली की प्रायिकता:

थैले में सभी गोलियाँ नींबू की महक वाली ही हैं, इसलिए यह एक **निश्चित घटना** है।

अतः, इसकी प्रायिकता 1 है।

प्र 7. यह दिया हुआ है कि 3 विद्यार्थियों के एक समूह में से 2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता 0.992 है। इसकी क्या प्रायिकता है कि इन 2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो?

मान लीजिए:
$E = 2$ विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन होना।
$\bar{E} = 2$ विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन न होना।

दिया है: $P(\bar{E}) = 0.992$

हम जानते हैं कि $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

$P(E) = 1 - P(\bar{E})$

$P(E) = 1 - 0.992 = 0.008$

अतः उन 2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन होने की प्रायिकता 0.008 है।

प्र 8. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया (randomly) निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद (i) लाल हो? (ii) लाल नहीं हो?

लाल गेंदों की संख्या $= 3$

काली गेंदों की संख्या $= 5$

कुल गेंदों की संख्या (संभव परिणामों की कुल संख्या) $= 3 + 5 = 8$

(i) गेंद के लाल होने की प्रायिकता:

अनुकूल परिणामों की संख्या (लाल गेंदें) $= 3$

$P(\text{लाल गेंद}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{8}$

(ii) गेंद के लाल नहीं होने की प्रायिकता:

गेंद लाल नहीं होने का अर्थ है कि वह काली गेंद है।

$P(\text{लाल नहीं}) = 1 - P(\text{लाल}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8-3}{8} = \frac{5}{8}$

प्र 9. एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाला गया कंचा (i) लाल है? (ii) सफेद है? (iii) हरा नहीं है?

लाल कंचे $= 5$

सफेद कंचे $= 8$

हरे कंचे $= 4$

कुल कंचों की संख्या (संभव परिणामों की कुल संख्या) $= 5 + 8 + 4 = 17$

(i) कंचे के लाल होने की प्रायिकता:

$P(\text{लाल}) = \frac{5}{17}$

(ii) कंचे के सफेद होने की प्रायिकता:

$P(\text{सफेद}) = \frac{8}{17}$

(iii) कंचे के हरा नहीं होने की प्रायिकता:

हरे कंचों की संख्या $= 4$

$P(\text{हरा}) = \frac{4}{17}$

$P(\text{हरा नहीं}) = 1 - P(\text{हरा}) = 1 - \frac{4}{17} = \frac{17-4}{17} = \frac{13}{17}$

Schoolpit

(अन्य तरीका: हरा नहीं का मतलब है लाल या सफेद होगा, इसलिए अनुकूल परिणाम $5 + 8 = 13$, अतः प्रायिकता $\frac{13}{17}$)

प्र 10. एक पिग्गी बैंक (piggy bank) में 50 पैसे के सौ सिक्के हैं, ₹ 1 के पचास सिक्के हैं, ₹ 2 के बीस सिक्के और ₹ 5 के दस सिक्के हैं। यदि पिग्गी बैंक को हिलाकर उल्टा करने पर कोई एक सिक्का गिरने के परिणाम समप्रायिक हैं, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गिरा हुआ सिक्का
(i) 50 पैसे का होगा?
(ii) ₹ 5 का नहीं होगा?

50 पैसे के सिक्के $= 100$

₹ 1 के सिक्के $= 50$

₹ 2 के सिक्के $= 20$

₹ 5 के सिक्के $= 10$

कुल सिक्कों की संख्या (संभव परिणामों की कुल संख्या) $= 100 + 50 + 20 + 10 = 180$

(i) 50 पैसे का सिक्का होने की प्रायिकता:

50 पैसे के सिक्कों की संख्या $= 100$

$P(\text{50 पैसे का सिक्का}) = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$

(ii) ₹ 5 का सिक्का नहीं होने की प्रायिकता:

₹ 5 के सिक्के $= 10$

₹ 5 के नहीं होने वाले सिक्के $= 180 - 10 = 170$

$P(\text{₹ 5 का सिक्का नहीं}) = \frac{170}{180} = \frac{17}{18}$

प्र 11. गोपी अपने जल-जीव कुंड (aquarium) के लिए एक दुकान से मछली खरीदती है। दुकानदार एक टंकी, जिसमें 5 नर मछली और 8 मादा मछली हैं, में से एक मछली यादृच्छया उसे देने के लिए निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली है?

नर मछलियों की संख्या $= 5$

मादा मछलियों की संख्या $= 8$

कुल मछलियों की संख्या (संभव परिणामों की कुल संख्या) $= 5 + 8 = 13$

अनुकूल परिणामों की संख्या (नर मछली) $= 5$

Schorbit

$$P(\text{नर मछली}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{13}$$

प्र 12. संयोग (chance) के एक खेल में एक तीर को घुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है। यदि ये सभी परिणाम समप्रायिक हों तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह तीर इंगित करेगा
(i) 8 को?
(ii) एक विषम संख्या को?
(iii) 2 से बड़ी संख्या को?
(iv) 9 से छोटी संख्या को?

कुल संभव परिणाम $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

कुल परिणामों की संख्या $= 8$

(i) 8 को इंगित करने की प्रायिकता:

अनुकूल परिणाम $= \{8\}$ (संख्या 1 है)

$P(8 \text{ आने की}) = \frac{1}{8}$

(ii) एक विषम संख्या को इंगित करने की प्रायिकता:

विषम संख्याएँ $= \{1, 3, 5, 7\}$ (संख्या 4 है)

$P(\text{विषम संख्या}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(iii) 2 से बड़ी संख्या को इंगित करने की प्रायिकता:

2 से बड़ी संख्याएँ $= \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (संख्या 6 है)

$P(2 \text{ से बड़ी संख्या}) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

(iv) 9 से छोटी संख्या को इंगित करने की प्रायिकता:

9 से छोटी संख्याएँ $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (संख्या 8 है)

$P(9 \text{ से छोटी संख्या}) = \frac{8}{8} = 1$

प्र 13. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:
(i) एक अभाज्य संख्या (prime number)
(ii) 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या
(iii) एक विषम संख्या

एक पासे को फेंकने पर कुल संभव परिणाम $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

scholorbit

कुल परिणामों की संख्या $= 6$

(i) एक अभाज्य संख्या:

अभाज्य संख्याएँ $= \{2, 3, 5\}$ (कुल 3)

$P(\text{अभाज्य संख्या}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ii) 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या:

2 और 6 के बीच की संख्याएँ $= \{3, 4, 5\}$ (कुल 3)

$P(\text{2 और 6 के बीच की संख्या}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iii) एक विषम संख्या:

विषम संख्याएँ $= \{1, 3, 5\}$ (कुल 3)

$P(\text{विषम संख्या}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

प्र 14. 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:
(i) लाल रंग का बादशाह
(ii) एक फेस कार्ड (face card) अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता
(iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता
(iv) पान का गुलाम
(v) हुकुम का पत्ता
(vi) एक ईंट की बेगम

ताश की गड्डी में कुल पत्तों की संख्या $= 52$

(i) लाल रंग का बादशाह:

लाल रंग के 2 बादशाह होते हैं (एक पान का, एक ईंट का)।

$P(\text{लाल रंग का बादशाह}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(ii) एक फेस कार्ड (तस्वीर वाला पत्ता):

तस्वीर वाले पत्ते $= 4$ बादशाह $+ 4$ बेगम $+ 4$ गुलाम $= 12$

$P(\text{फेस कार्ड}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

(iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता:

कुल 12 तस्वीर वाले पत्तों में से 6 लाल होते हैं और 6 काले।

$P(\text{लाल फेस कार्ड}) = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

(iv) पान का गुलाम:

पान का केवल 1 ही गुलाम होता है।

$P(\text{पान का गुलाम}) = \frac{1}{52}$

(v) हुकुम का पत्ता:

हुकुम के कुल 13 पत्ते होते हैं।

$P(\text{हुकुम का पत्ता}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(vi) एक ईंट की बेगम:

ईंट की केवल 1 बेगम होती है।

$P(\text{ईंट की बेगम}) = \frac{1}{52}$

प्र 15. ताश के पाँच पत्तों - ईंट का दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का - को पलट कर के अच्छी प्रकार फेंटा जाता है। फिर इनमें से यादृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है।
(i) इसकी क्या प्रायिकता है कि यह पत्ता एक बेगम है?
(ii) यदि बेगम निकल आती है, तो उसे अलग रख दिया जाता है और एक अन्य पत्ता निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दूसरा निकाला गया पत्ता (a) एक इक्का है? (b) एक बेगम है?

कुल पत्तों की संख्या $= 5$ (दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह, इक्का)

(i) पत्ता एक बेगम होने की प्रायिकता:

बेगम की संख्या $= 1$

$P(\text{बेगम}) = \frac{1}{5}$

(ii) बेगम निकालने के बाद अलग रखने पर:

अब शेष पत्तों की संख्या $= 5 - 1 = 4$ (दहला, गुलाम, बादशाह, इक्का)

(a) एक इक्का निकालने की प्रायिकता:

इक्के की संख्या $= 1$

$P(\text{इक्का}) = \frac{1}{4}$

(b) एक बेगम निकालने की प्रायिकता:

शेष 4 पत्तों में कोई बेगम नहीं है, अतः बेगम की संख्या $= 0$

$P(\text{बेगम}) = \frac{0}{4} = 0$

प्र 16. किसी कारण 12 ख़राब पेन 132 अच्छे पेनों में मिल गए हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन ख़राब है या अच्छा है। इस मिश्रण में से, एक पेन यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गए पेन की अच्छा होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

ख़राब पेनों की संख्या $= 12$

अच्छे पेनों की संख्या $= 132$

कुल पेनों की संख्या $= 132 + 12 = 144$

अनुकूल परिणामों की संख्या (अच्छा पेन) $= 132$

$P(\text{अच्छा पेन}) = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

प्र 17. (i) 20 बल्बों के एक समूह में 4 बल्ब ख़राब हैं। इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब ख़राब होगा?
(ii) मान लीजिए (i) में निकाला गया बल्ब ख़राब नहीं है और न ही इसे दोबारा बल्बों के साथ मिलाया जाता है। अब शेष बल्बों में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब ख़राब नहीं होगा?

(i) बल्ब के ख़राब होने की प्रायिकता:

कुल बल्बों की संख्या $= 20$

ख़राब बल्बों की संख्या $= 4$

$P(\text{ख़राब बल्ब}) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

(ii) बल्ब ख़राब नहीं होने की प्रायिकता (जब पहला बल्ब अलग रख दिया गया हो):

चूँकि पहला निकाला गया बल्ब ख़राब नहीं था (यानी अच्छा था) और उसे अलग रख दिया गया, इसलिए:

शेष कुल बल्बों की संख्या $= 20 - 1 = 19$

पहले अच्छे बल्ब $= 20 - 4 = 16$ थे। एक अच्छा बल्ब अलग रखने के बाद, शेष अच्छे बल्ब (जो ख़राब नहीं हैं) $= 16 - 1 = 15$

$P(\text{ख़राब नहीं}) = \frac{15}{19}$

प्र 18. एक पेटी में 90 डिस्क (discs) हैं, जिन पर 1 से 90 तक संख्याएँ अंकित हैं। यदि इस पेटी में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस डिस्क पर अंकित होगी:
(i) दो अंकों की एक संख्या
(ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या
(iii) 5 से विभाज्य एक संख्या

कुल डिस्कों की संख्या (कुल परिणाम) $= 90$

(i) दो अंकों की संख्या:

1 से 90 तक एक अंक की संख्याएँ 1 से 9 तक (कुल 9) हैं।

इसलिए, दो अंकों की संख्याओं की संख्या $= 90 - 9 = 81$

P(दो अंकों की संख्या) $= \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$

(ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या:

1 से 90 तक पूर्ण वर्ग संख्याएँ $= \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ (कुल 9)

P(पूर्ण वर्ग संख्या) $= \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$

(iii) 5 से विभाज्य एक संख्या:

5 से विभाज्य संख्याएँ $= \{5, 10, 15, \ldots, 90\}$

इनकी कुल संख्या $= \frac{90}{5} = 18$

P(5 से विभाज्य संख्या) $= \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$

प्र 19. एक बच्चे के पास ऐसा पासा है जिसके फलकों पर निम्नलिखित अक्षर अंकित हैं: A, B, C, D, E, A इस पासे को एक बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि (i) A प्राप्त हो? (ii) D प्राप्त हो?

पासे पर कुल फलक (कुल परिणाम) $= 6$

(i) A प्राप्त होने की प्रायिकता:

पासे पर A दो बार (फलकों पर) अंकित है। अनुकूल परिणाम $= 2$

$P(\text{A}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(ii) D प्राप्त होने की प्रायिकता:

पासे पर D केवल एक बार अंकित है। अनुकूल परिणाम $= 1$

$P(\text{D}) = \frac{1}{6}$

Scholarbit

प्र 20*. मान लीजिए आप एक पासे को एक आयताकार क्षेत्र (जिसकी लंबाई 3 m और चौड़ाई 2 m है) में यादृच्छया रूप से गिराते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह पासा 1 m व्यास (diameter) वाले वृत्त के अंदर गिरेगा?

यहाँ प्रायिकता को क्षेत्रफल के आधार पर निकाला जाएगा।

आयताकार क्षेत्र का कुल क्षेत्रफल (कुल संभव परिणाम)
$= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = 3\ \text{m} \times 2\ \text{m} = 6\ \text{m}^2$

वृत्त का व्यास $= 1\ \text{m}$, इसलिए त्रिज्या $r = \frac{1}{2}\ \text{m}$

वृत्त का क्षेत्रफल (अनुकूल परिणाम) $= \pi r^2 = \pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}\ \text{m}^2$

$P(\text{पासा वृत्त के अंदर गिरेगा}) = \frac{\text{वृत्त का क्षेत्रफल}}{\text{आयत का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{\pi}{4}}{6} = \frac{\pi}{24}$

प्र 21. 144 बॉल पेनों के एक समूह में 20 बॉल पेन ख़राब हैं और शेष अच्छे हैं। आप वही पेन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो, परंतु ख़राब पेन आप नहीं खरीदना चाहेंगे। दुकानदार इन पेनों में से, यादृच्छया एक पेन निकालकर आपको देता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि
(i) आप वह पेन खरीदेंगे?
(ii) आप वह पेन नहीं खरीदेंगे?

कुल पेनों की संख्या $= 144$

ख़राब पेनों की संख्या $= 20$

अच्छे पेनों की संख्या $= 144 - 20 = 124$

(i) पेन खरीदने की प्रायिकता:

आप पेन तभी खरीदेंगे जब वह अच्छा होगा। इसलिए अनुकूल परिणाम (अच्छे पेन) $= 124$

$P(\text{पेन खरीदेंगे}) = \frac{124}{144} = \frac{31}{36}$

(ii) पेन नहीं खरीदने की प्रायिकता:

आप पेन तब नहीं खरीदेंगे जब वह ख़राब होगा। अनुकूल परिणाम (ख़राब पेन) $= 20$

$P(\text{पेन नहीं खरीदेंगे}) = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$

eSchoolit

प्र 22. **(i) दो पासों को एक साथ फेंकने पर 'दोनों पासों की संख्याओं का योग' के लिए निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए:**

घटना: संख्याओं का योग	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
प्रायिकता	$\frac{1}{36}$						$\frac{5}{36}$				$\frac{1}{36}$

(ii) एक विद्यार्थी यह तर्क देता है कि यहाँ कुल 11 परिणाम 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 और 12 हैं। अतः, इनमें से प्रत्येक की प्रायिकता $\frac{1}{11}$ है। क्या आप इस तर्क से सहमत हैं? सकारण उत्तर दीजिए।

(i) सारणी पूरी करना:

दो पासों को फेंकने पर कुल संभव परिणाम $= 6 \times 6 = 36$ होते हैं।

योग	अनुकूल परिणाम	प्रायिकता
2	$(1,1) \rightarrow 1$	$\frac{1}{36}$
3	$(1,2), (2,1) \rightarrow 2$	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
4	$(1,3), (2,2), (3,1) \rightarrow 3$	$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
5	$(1,4), (2,3), (3,2), (4,1) \rightarrow 4$	$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
6	$(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) \rightarrow 5$	$\frac{5}{36}$
7	$(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \rightarrow 6$	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
8	$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) \rightarrow 5$	$\frac{5}{36}$
9	$(3,6), (4,5), (5,4), (6,3) \rightarrow 4$	$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
10	$(4,6), (5,5), (6,4) \rightarrow 3$	$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
11	$(5,6), (6,5) \rightarrow 2$	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
12	$(6,6) \rightarrow 1$	$\frac{1}{36}$

(ii) विद्यार्थी के तर्क का उत्तर:

नहीं, हम इस तर्क से **सहमत नहीं हैं**।

Scholrit

कारण: ये 11 परिणाम (योग 2 से 12 तक) **समप्रायिक (equally likely) नहीं हैं**। उदाहरण के लिए, योग 2 आने का केवल 1 तरीका है (1,1), जबकि योग 7 आने के 6 तरीके हैं। चूँकि सभी परिणामों की प्रायिकताएँ अलग-अलग हैं, इसलिए प्रत्येक की प्रायिकता $\frac{1}{11}$ नहीं हो सकती।

प्र 23. एक खेल में एक रुपये के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और प्रत्येक बार का परिणाम लिख लिया जाता है। तीनों परिणाम समान होने पर, अर्थात् तीन चित या तीन पट प्राप्त होने पर, हनीफ खेल में जीत जाएगा, अन्यथा वह हार जाएगा। हनीफ के खेल में हार जाने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

सिक्के को 3 बार उछालने पर कुल संभव परिणाम (8) हैं:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

कुल परिणामों की संख्या $= 8$

हनीफ जीतने की शर्त: तीनों परिणाम समान हों, अर्थात् HHH या TTT. (जीतने के अनुकूल परिणाम $= 2$)

हनीफ के हारने की शर्त: जब तीनों परिणाम समान न हों।

हारने के अनुकूल परिणाम $= 8 - 2 = 6$ $\{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$

P(हनीफ के हारने की) $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

प्र 24. एक पासे को दो बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि
(i) 5 किसी भी बार में नहीं आएगा?
(ii) 5 कम से कम एक बार आएगा?

एक पासे को दो बार फेंकने पर कुल संभव परिणाम $= 6 \times 6 = 36$ होते हैं।

वह परिणाम जिनमें 5 कम से कम एक बार आता है:

$(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5),$
$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6)$

इनकी कुल संख्या $= 11$

(ii) 5 कम से कम एक बार आएगा:

अनुकूल परिणाम $= 11$

P(5 कम से कम एक बार आएगा) $= \frac{11}{36}$

(i) 5 किसी भी बार में नहीं आएगा:

अनुकूल परिणाम = कुल परिणाम − (5 आने वाले परिणाम) = $36 - 11 = 25$

P(5 किसी भी बार नहीं आएगा) = $\frac{25}{36}$

(या P(E नहीं) = $1 - P(E) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$ *)*

प्र 25. निम्नलिखित में से कौन-से तर्क सत्य हैं और कौन-से तर्क असत्य हैं? सकारण उत्तर दीजिए।
(i) यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो इसके तीन संभावित परिणाम—दो चित, दो पट या प्रत्येक एक बार हैं। अतः, इनमें से प्रत्येक परिणाम की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है।
(ii) यदि एक पासे को फेंका जाता है, तो इसके दो संभावित परिणाम हैं: एक विषम संख्या या एक सम संख्या। अतः एक विषम संख्या ज्ञात करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

(i) असत्य (False):

कारण: दो सिक्कों को उछालने पर 4 संभव परिणाम होते हैं: (H,H), (H,T), (T,H), (T,T)।

दो चित (H,H) की प्रायिकता = $\frac{1}{4}$

दो पट (T,T) की प्रायिकता = $\frac{1}{4}$

प्रत्येक एक बार (H,T या T,H) की प्रायिकता = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

चूँकि ये तीनों परिणाम समप्रायिक नहीं हैं, इसलिए प्रत्येक की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ नहीं हो सकती।

(ii) सत्य (True):

कारण: पासे पर कुल 6 परिणाम होते हैं - (1, 2, 3, 4, 5, 6)।

इनमें से 3 विषम संख्याएँ (1, 3, 5) हैं और 3 सम संख्याएँ (2, 4, 6) हैं।

विषम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

यह तर्क बिल्कुल सही है क्योंकि सम और विषम दोनों के आने की संभावनाएँ बराबर (समप्रायिक) हैं।

Sahorbit