अध्याय 12: पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

Class 10 Math Chapter 12 Solutions (Hindi Medium)

प्रश्नावली 12.1

नोट: जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

प्र 1. **दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64 cm^3 है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

माना घन की प्रत्येक भुजा a cm है।

घन का आयतन $= a^3 = 64 \text{ cm}^3$

$a = \sqrt[3]{64} = 4 \text{ cm}$

जब दो घनों को एक साथ जोड़ा जाता है, तो एक घनाभ (cuboid) बनता है जिसकी:

लंबाई $(l) = a + a = 4 + 4 = 8 \text{ cm}$

चौड़ाई $(b) = a = 4 \text{ cm}$

ऊँचाई $(h) = a = 4 \text{ cm}$

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8)$

$= 2(32 + 16 + 32) = 2(80) = 160 \text{ cm}^2$

अतः घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल 160 cm^2 है।

प्र 2. **कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 cm है और इस बर्तन की कुल ऊँचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

अर्धगोले का व्यास $= 14 \text{ cm}$

अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$

बेलन की त्रिज्या (r) भी 7 cm होगी।

बर्तन की कुल ऊँचाई $= 13 \text{ cm}$

बेलन की ऊँचाई $(h) =$ कुल ऊँचाई $-$ अर्धगोले की त्रिज्या $= 13 - 7 = 6 \text{ cm}$

बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = (बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + (अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (6 + 7)$

$= 44 \times 13 = 572 \text{ cm}^2$

अतः बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 572 cm^2 है।

प्र 3. **एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

शंकु और अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = 3.5 \text{ cm} = \frac{7}{2} \text{ cm}$

खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई $= 15.5 \text{ cm}$

शंकु की ऊँचाई $(h) =$ संपूर्ण ऊँचाई $-$ अर्धगोले की त्रिज्या $= 15.5 - 3.5 = 12 \text{ cm}$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$l = \sqrt{(3.5)^2 + (12)^2} = \sqrt{12.25 + 144} = \sqrt{156.25} = 12.5 \text{ cm}$

खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = (शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + (अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= \pi r l + 2\pi r^2$

$= \pi r(l + 2r)$

$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times (12.5 + 2 \times 3.5)$

$= 22 \times 0.5 \times (12.5 + 7) = 11 \times 19.5 = 214.5 \text{ cm}^2$

अतः खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 214.5 cm^2 है।

प्र 4. भुजा 7 cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है। अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

घन की भुजा $(a) = 7 \text{ cm}$

अर्धगोले का अधिकतम व्यास घन की भुजा के बराबर हो सकता है।

इसलिए, **अर्धगोले का अधिकतम व्यास = 7 cm**

अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ cm}$

ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = (घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल) + (अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) - (अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल)

$= 6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2 = 6a^2 + \pi r^2$

$= 6(7)^2 + \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 6 \times 49 + \frac{22}{7} \times \frac{49}{4} = 294 + \frac{11 \times 7}{2}$

$= 294 + \frac{77}{2} = 294 + 38.5 = 332.5 \text{ cm}^2$

अतः ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल 332.5 cm^2 है।

प्र 5. एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अंदर की ओर से काट कर एक अर्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

माना घन की भुजा (किनारा) $= l$

अर्धगोले का व्यास $= l$, इसलिए अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = \frac{l}{2}$

शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = (घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल) + (अर्धगोलाकार गड्ढे का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) - (अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल जो कट चुका है)

$= 6l^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2 = 6l^2 + \pi r^2$

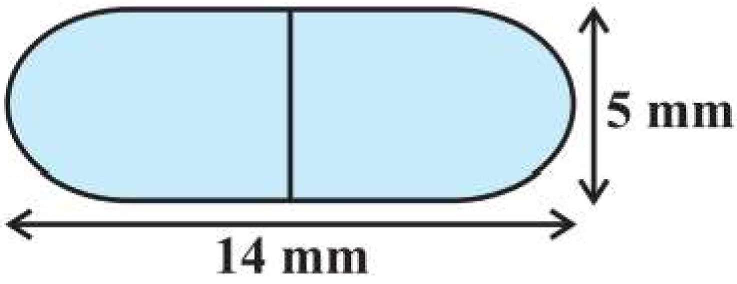
$= 6l^2 + \pi\left(\frac{l}{2}\right)^2$

$= 6l^2 + \frac{\pi l^2}{4}$

$= \frac{24l^2 + \pi l^2}{4} = \frac{l^2}{4}(24 + \pi)$

अतः शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल $\frac{l^2}{4}(\pi + 24)$ वर्ग इकाई है।

प्र 6. **दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा हुआ है (देखिए आकृति 12.10)। पूरे कैप्सूल की लंबाई 14 mm है और उसका व्यास 5 mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**



आकृति 12.10

कैप्सूल (बेलन और अर्धगोले) का व्यास $= 5\text{ mm}$, अतः त्रिज्या $(r) = \frac{5}{2} = 2.5\text{ mm}$

कैप्सूल की कुल लंबाई $= 14\text{ mm}$

बेलनाकार भाग की लंबाई (ऊँचाई h) = कुल लंबाई – (दोनों अर्धगोलों की त्रिज्या)

$h = 14 - (2.5 + 2.5) = 14 - 5 = 9\text{ mm}$

कैप्सूल का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = (बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + 2 $\times$ (अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= 2\pi rh + 2(2\pi r^2) = 2\pi rh + 4\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times (9 + 2(2.5))$

$= \frac{44}{7} \times 2.5 \times (9 + 5) = \frac{110}{7} \times 14$

$= 110 \times 2 = 220\text{ mm}^2$

अतः कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल 220 mm^2 है।

प्र 7. **कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 m और 4 m हैं तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 m है तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास (canvas) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही, Rs 500 प्रति m^2 की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवास की लागत ज्ञात कीजिए। (ध्यान दें कि तंबू के आधार को कैनवास से नहीं ढका जाता है।)**

बेलन और शंकु का व्यास $= 4 \mathrm{~m}$, अतः त्रिज्या $(r) = 2 \mathrm{~m}$

बेलनाकार भाग की ऊँचाई $(h) = 2.1 \mathrm{~m}$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 2.8 \mathrm{~m}$

कैनवास का क्षेत्रफल = (बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + (शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= 2\pi rh + \pi rl = \pi r(2h + l)$

$= \frac{22}{7} \times 2 \times (2(2.1) + 2.8)$

$= \frac{44}{7} \times (4.2 + 2.8) = \frac{44}{7} \times 7 = 44 \mathrm{~m}^2$

कैनवास की लागत = क्षेत्रफल $\times$ दर

$= 44 \times 500 = 22,000$ रुपये

अतः तंबू में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल 44 m^2 है और कुल लागत 22,000 रुपये है।

प्र 8. **ऊँचाई 2.4 cm और व्यास 1.4 cm वाले एक ठोस बेलन में से इसी ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंक्वाकार खोल (cavity) काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

बेलन और शंक्वाकार खोल की ऊँचाई $(h) = 2.4 \text{ cm}$

व्यास $= 1.4 \text{ cm}$, अतः त्रिज्या $(r) = 0.7 \text{ cm}$

शंक्वाकार खोल की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$l = \sqrt{(0.7)^2 + (2.4)^2} = \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25} = 2.5 \text{ cm}$

शेष ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = (बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + (बेलन के ऊपरी आधार का क्षेत्रफल) + (शंक्वाकार खोल का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

(निचला आधार शंक्वाकार खोल के कारण कट गया है)

$= 2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl = \pi r(2h + r + l)$

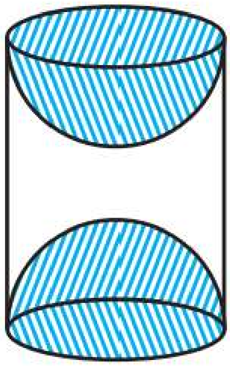
$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times (2(2.4) + 0.7 + 2.5)$

$= 22 \times 0.1 \times (4.8 + 0.7 + 2.5) = 2.2 \times (8.0) = 17.6 \text{ cm}^2$

निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक: 17.6 लगभग 18 है।

अतः शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल लगभग 18 cm^2 है।

प्र 9. **लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसा कि आकृति 12.11 में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**



आकृति 12.11

बेलन की ऊँचाई $(h) = 10 \text{ cm}$

बेलन और अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = 3.5 \text{ cm}$

वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = (बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + 2 $\times$ (अर्धगोलाकार गड्ढे का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= 2\pi rh + 2(2\pi r^2) = 2\pi rh + 4\pi r^2 = 2\pi r(h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times (10 + 2(3.5))$

$= 44 \times 0.5 \times (10 + 7) = 22 \times 17 = 374 \text{ cm}^2$

अतः वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 374 cm^2 **है।**

प्रश्नावली 12.2

नोट: जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

प्र 1. **एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।**

शंकु और अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = 1 \text{ cm}$

शंकु की ऊँचाई $(h) =$ त्रिज्या $(r) = 1 \text{ cm}$

ठोस का आयतन = (शंकु का आयतन) + (अर्धगोले का आयतन)

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{1}{3}\pi(1)^2(1) + \frac{2}{3}\pi(1)^3$

$= \frac{1}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi = \pi\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)$

$= \pi\left(\frac{3}{3}\right) = \pi \text{ cm}^3$

अतः ठोस का आयतन $\pi \text{ cm}^3$ है।

प्र 2. **एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रशेल से एक पतली ऐलुमिनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रशेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए। (यह मान लीजिए कि मॉडल की आंतरिक और बाहरी विमाएँ लगभग बराबर हैं।)**

मॉडल (बेलन और शंकु) का व्यास $= 3$ cm, अतः त्रिज्या $(r) = 1.5 \text{ cm} = \frac{3}{2} \text{ cm}$

मॉडल की कुल लंबाई $= 12$ cm

शंकु की ऊँचाई $(h_1) = 2$ cm

बेलनाकार भाग की ऊँचाई $(h_2) =$ कुल लंबाई $-2\times$ शंकु की ऊँचाई

$h_2 = 12 - 2(2) = 12 - 4 = 8 \text{ cm}$

मॉडल में हवा का आयतन = (बेलन का आयतन) + 2 $\times$ (शंकु का आयतन)

$= \pi r^2 h_2 + 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h_1\right) = \pi r^2\left(h_2 + \frac{2}{3}h_1\right)$

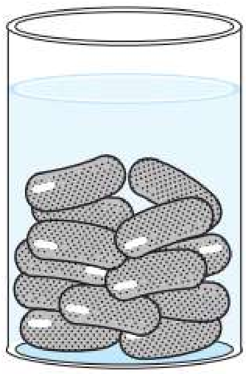
$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(8 + \frac{2}{3}(2)\right)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times \left(8 + \frac{4}{3}\right) = \frac{11\times 9}{14} \times \left(\frac{24+4}{3}\right)$

$= \frac{99}{14} \times \frac{28}{3} = 33 \times 2 = 66 \text{ cm}^3$

अतः मॉडल में हवा का आयतन 66 cm^3 है।

प्र 3. **एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है (देखिए आकृति 12.15)।**



आकृति 12.15

गुलाबजामुन का व्यास $= 2.8 \text{ cm}$, अतः त्रिज्या $(r) = 1.4 \text{ cm}$

गुलाबजामुन की कुल लंबाई $= 5 \text{ cm}$

बेलनाकार भाग की ऊँचाई $(h) =$ कुल लंबाई $-2\times$ अर्धगोले की त्रिज्या

$h = 5 - 2(1.4) = 5 - 2.8 = 2.2 \text{ cm}$

एक गुलाबजामुन का आयतन = (बेलन का आयतन) + 2 $\times$ (अर्धगोले का आयतन)

$= \pi r^2 h + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) = \pi r^2\left(h + \frac{4}{3}r\right)$

$= \frac{22}{7} \times (1.4)^2 \times \left(2.2 + \frac{4}{3}(1.4)\right)$

$= \frac{22}{7} \times 1.96 \times \left(2.2 + \frac{5.6}{3}\right) = 22 \times 0.28 \times \left(\frac{6.6+5.6}{3}\right)$

$= 6.16 \times \left(\frac{12.2}{3}\right) = \frac{75.152}{3} \text{ cm}^3$

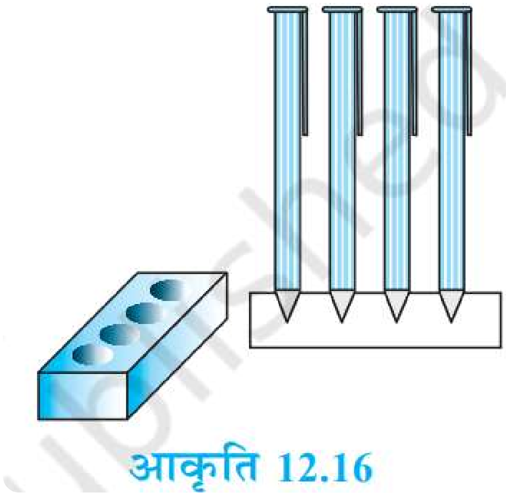
45 गुलाबजामुनों का कुल आयतन $= 45 \times \frac{75.152}{3} = 15 \times 75.152 = 1127.28 \text{ cm}^3$

चाशनी की मात्रा = कुल आयतन का 30% $= \frac{30}{100} \times 1127.28$

$= 0.3 \times 1127.28 = 338.184 \text{ cm}^3 \approx 338 \text{ cm}^3$

अतः 45 गुलाबजामुनों में लगभग 338 cm^3 चाशनी होगी।

प्र 4. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm × 10 cm × 3.5 cm हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति 12.16)।



आकृति 12.16

घनाभ (लकड़ी के ब्लॉक) का आयतन $= l \times b \times h = 15 \times 10 \times 3.5 = 525 \text{ cm}^3$

शंक्वाकार गड्ढे की त्रिज्या $(r) = 0.5 \text{ cm} = \frac{1}{2} \text{ cm}$

गड्ढे की गहराई (ऊँचाई h_1) $= 1.4 \text{ cm}$

एक शंक्वाकार गड्ढे का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h_1$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.5)^2 \times 1.4$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.25 \times 1.4 = \frac{1}{3} \times 22 \times 0.25 \times 0.2$

$= \frac{1}{3} \times 22 \times 0.05 = \frac{1.1}{3} \text{ cm}^3$

4 गड्ढों का कुल आयतन $= 4 \times \frac{1.1}{3} = \frac{4.4}{3} = 1.47 \text{ cm}^3$ (लगभग)

लकड़ी का शेष आयतन = (घनाभ का आयतन) - (4 गड्ढों का आयतन)

$= 525 - 1.47 = 523.53 \text{ cm}^3$

अतः कलमदान में लकड़ी का आयतन 523.53 cm^3 है।

प्र 5. **एक बर्तन एक उलटे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8 cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5 cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।**

शंक्वाकार बर्तन की त्रिज्या $(R) = 5 \text{ cm}$ और ऊँचाई $(H) = 8 \text{ cm}$

बर्तन (शंकु) का आयतन $= \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$= \frac{1}{3}\pi(5)^2(8) = \frac{200}{3}\pi \text{ cm}^3$

बाहर निकले पानी का आयतन = बर्तन के आयतन का $\frac{1}{4}$ भाग

$= \frac{1}{4} \times \frac{200}{3}\pi = \frac{50}{3}\pi \text{ cm}^3$

सीसे की एक गोली (गोले) की त्रिज्या $(r) = 0.5 \text{ cm} = \frac{1}{2} \text{ cm}$

एक गोली का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times \frac{1}{8} = \frac{1}{6}\pi \text{ cm}^3$

माना गोलियों की संख्या n है।

$n\times$ (एक गोली का आयतन) = बाहर निकले पानी का आयतन

$n \times \frac{1}{6}\pi = \frac{50}{3}\pi$

$n = \frac{50}{3} \times \frac{6}{1} = 50 \times 2 = 100$

अतः बर्तन में 100 सीसे की गोलियाँ डाली गई हैं।

प्र 6. **ऊँचाई 220 cm और आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन अध्यारोपित है, से लोहे का एक स्तंभ बना है। इस स्तंभ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है 1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8g होता है। ($\pi = 3.14$ लीजिए)**

नीचे वाले बड़े बेलन के लिए:

व्यास $= 24$ cm, अतः त्रिज्या $(R) = 12$ cm। ऊँचाई $(H) = 220$ cm

बड़े बेलन का आयतन
$= \pi R^2 H = 3.14 \times (12)^2 \times 220 = 3.14 \times 144 \times 220 = 99475.2 \mathrm{~cm}^3$

ऊपर वाले छोटे बेलन के लिए:

त्रिज्या $(r) = 8$ cm। ऊँचाई $(h) = 60$ cm

छोटे बेलन का आयतन
$= \pi r^2 h = 3.14 \times (8)^2 \times 60 = 3.14 \times 64 \times 60 = 12057.6 \mathrm{~cm}^3$

स्तंभ का कुल आयतन $= 99475.2 + 12057.6 = 111532.8 \mathrm{~cm}^3$

1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान = 8g

स्तंभ का कुल द्रव्यमान $= 111532.8 \times 8 = 892262.4$ g

किलोग्राम में बदलने पर $= \frac{892262.4}{1000} = 892.2624$ kg

अतः स्तंभ का द्रव्यमान 892.26 kg है।

प्र 7. **एक ठोस में, ऊँचाई 120 cm और त्रिज्या 60 cm वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60 cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर अध्यारोपित है। इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंब वृत्तीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है कि यह बेलन की तली को स्पर्श करे। यदि बेलन की त्रिज्या 60 cm है और ऊँचाई 180 cm है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।**

शंकु की त्रिज्या $(r) = 60 \text{ cm}$, ऊँचाई $(h_1) = 120 \text{ cm}$

अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = 60 \text{ cm}$

बेलन की त्रिज्या $(R) = 60 \text{ cm}$, ऊँचाई $(H) = 180 \text{ cm}$ (चूँकि $r = R$, हम केवल r का उपयोग करेंगे)

ठोस (शंकु + अर्धगोले) का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 + \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{1}{3}\pi r^2(h_1 + 2r) = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (60)^2 \times (120 + 2(60))$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3600 \times 240 = \frac{22}{7} \times 1200 \times 240 = \frac{6336000}{7} \text{ cm}^3$

बेलन का आयतन
$= \pi r^2 H = \frac{22}{7} \times (60)^2 \times 180 = \frac{22}{7} \times 3600 \times 180 = \frac{14256000}{7} \text{ cm}^3$

बेलन में शेष बचे पानी का आयतन = (बेलन का आयतन) - (ठोस का आयतन)

$= \frac{14256000}{7} - \frac{6336000}{7} = \frac{7920000}{7} \text{ cm}^3$

$= 1131428.57 \text{ cm}^3$

m^3 में बदलने के लिए 1000000 से भाग देंगे $(1 \text{ m} = 100 \text{ cm})$:

$= \frac{1131428.57}{1000000} \approx 1.131 \text{ m}^3$

अतः शेष बचे पानी का आयतन लगभग 1.131 m^3 है।

प्र 8. **एक गोलाकार काँच के बर्तन की एक बेलन के आकार की गर्दन है जिसकी लंबाई 8 cm है और व्यास 2 cm है जबकि गोलाकार भाग का व्यास 8.5 cm है। इसमें भरे जा सकने वाले पानी की मात्रा माप कर, एक बच्चे ने यह ज्ञात किया कि इस बर्तन का आयतन 345 cm^3 है। जाँच कीजिए कि उस बच्चे का उत्तर सही है या नहीं, यह मानते हुए कि उपर्युक्त मापन आंतरिक मापन है और $\pi = 3.14$।**

बेलनाकार भाग के लिए:

व्यास $= 2 \text{ cm}$, अतः त्रिज्या $(r) = 1 \text{ cm}$

लंबाई (ऊँचाई h) $= 8 \text{ cm}$

बेलनाकार भाग का आयतन $= \pi r^2 h = 3.14 \times (1)^2 \times 8 = 25.12 \text{ cm}^3$

गोलाकार भाग के लिए:

व्यास $= 8.5 \text{ cm}$, अतः त्रिज्या $(R) = \frac{8.5}{2} = 4.25 \text{ cm}$

गोलाकार भाग का आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4.25)^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 76.765625 = \frac{964.17625}{3} = 321.39 \text{ cm}^3$ (लगभग)

बर्तन का कुल आयतन $= 25.12 + 321.39 = 346.51 \text{ cm}^3$

बच्चे ने बर्तन का आयतन 345 cm^3 निकाला था, जो सही नहीं है।

अतः बच्चे का उत्तर गलत है। सही आयतन 346.51 cm^3 है।