

विस्तृत नोट्स (Detailed Notes)



हिंदी माध्यम के विद्यार्थियों के लिए (For Hindi Medium)

1. त्रिकोणमिति क्या है? (What is Trigonometry?):

त्रिकोणमिति (Trigonometry) ग्रीक शब्दों 'tri' (तीन), 'gon' (भुजा) और 'metron' (माप) से मिलकर बना है। इसका अर्थ है त्रिभुज की भुजाओं और कोणों के बीच के संबंधों का अध्ययन। यह विशेष रूप से समकोण त्रिभुजों (Right-angled triangles) पर लागू होती है।

2. समकोण त्रिभुज के भाग:

समकोण त्रिभुज में 90° के सामने वाली भुजा को **कर्ण (Hypotenuse)** कहते हैं, जो सबसे लंबी भुजा होती है। हम जिस न्यून कोण (θ) की बात कर रहे हैं, उसके ठीक सामने वाली भुजा को **लंब (Perpendicular)** और उस कोण से जुड़ी दूसरी भुजा को **आधार (Base)** कहते हैं।

3. त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometric Ratios):

किसी समकोण त्रिभुज के न्यून कोण के सापेक्ष उसकी भुजाओं के अनुपात को त्रिकोणमितीय अनुपात कहते हैं। मुख्य 6 अनुपात होते हैं: **sine, cosine, tangent, cosecant, secant** और **cotangent**।

- \sin और \cos का मान कभी भी 1 से अधिक नहीं हो सकता, क्योंकि कर्ण हमेशा लंब और आधार से बड़ा होता है।
- \sec और \csc का मान हमेशा 1 या 1 से बड़ा होता है।

4. कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात:

- 0° , 30° , 45° , 60° और 90° के कोणों के लिए त्रिकोणमितीय अनुपातों के मान निश्चित होते हैं।
- जैसे-जैसे कोण θ का मान 0° से 90° तक बढ़ता है, $\sin \theta$ का मान 0 से बढ़कर 1 हो जाता है।
 - इसके विपरीत, $\cos \theta$ का मान 1 से घटकर 0 हो जाता है।

5. त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ (Trigonometric Identities):

ऐसी समीकरण जो उसमें शामिल चर (कोण) के सभी मानों के लिए सत्य हो, सर्वसमिका कहलाती है।

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$ (जहाँ $0^\circ \leq A < 90^\circ$)
- $\csc^2 A - \cot^2 A = 1$ (जहाँ $0^\circ < A \leq 90^\circ$)



For English Medium Students

1. What is Trigonometry?:

The word 'trigonometry' is derived from the Greek words 'tri' (meaning three), 'gon' (meaning sides) and 'metron' (meaning measure). In fact, trigonometry is the study of relationships between the sides and angles of a triangle.

2. Parts of a Right-Angled Triangle:

In a right triangle, the side opposite to the right angle (90°) is called the **Hypotenuse**, which is the longest side. For any given acute angle θ , the side directly opposite to it is called the **Perpendicular (or Opposite side)**, and the adjacent side forming the angle is called the **Base (or Adjacent side)**.

3. Trigonometric Ratios:

The ratios of the sides of a right triangle with respect to its acute angles are called trigonometric ratios. There are 6 main ratios: **sine, cosine, tangent, cosecant, secant, and cotangent**.

- The value of $\sin A$ or $\cos A$ never exceeds 1, whereas the value of $\sec A$ or $\csc A$ is always greater than or equal to 1.

4. Trigonometric Ratios of Specific Angles:

The values of trigonometric ratios for angles 0° , 30° , 45° , 60° and 90° are fixed.

- As the angle θ increases from 0° to 90° , the value of $\sin \theta$ increases from 0 to 1.
- Conversely, the value of $\cos \theta$ decreases from 1 to 0.

5. Trigonometric Identities:

An equation involving trigonometric ratios of an angle is called a trigonometric identity, if it is true for all values of the angle(s) involved.

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$ (for $0^\circ \leq A < 90^\circ$)
- $\csc^2 A - \cot^2 A = 1$ (for $0^\circ < A \leq 90^\circ$)