

# Detailed Notes: Triangles

महत्वपूर्ण बिंदु एवं सूत्र

## 1. समरूप आकृतियाँ (Similar Figures)

**हिंदी:** दो आकृतियाँ जिनके आकार (shape) समान हों, परंतु आवश्यक रूप से आमाप (size) समान न हों, समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं। सभी सर्वांगसम आकृतियाँ समरूप होती हैं परंतु सभी समरूप आकृतियों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

**English:** Two figures having the same shape but not necessarily the same size are called similar figures. All congruent figures are similar but the converse is not true.

**बहुभुजों की समरूपता (Similarity of Polygons):** भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं, यदि (i) उनके संगत कोण बराबर हों तथा (ii) उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती) हों।

## 2. थेल्स प्रमेय (Basic Proportionality Theorem – BPT)

**प्रमेय 6.1 (BPT):** यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

**Theorem 6.1 (BPT):** If a line is drawn parallel to one side of a triangle to intersect the other two sides in distinct points, the other two sides are divided in the same ratio.

**सूत्र (Formula):**  $\triangle ABC$  में, यदि  $DE \parallel BC$  है, तो  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

### 3. थेल्स प्रमेय का विलोम (Converse of BPT)

**प्रमेय 6.2:** यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।

**Theorem 6.2:** If a line divides any two sides of a triangle in the same ratio, then the line is parallel to the third side.

**सूत्र (Formula):** यदि  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  है, तो  $DE \parallel BC$ ।

### 4. त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसौटियाँ (Criteria for Similarity of Triangles)

**1. AAA (कोण-कोण-कोण) समरूपता:** यदि दो त्रिभुजों में संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में होती हैं और इसलिए त्रिभुज समरूप होते हैं। (AA समरूपता भी मान्य है)।

*AAA Similarity:* If in two triangles, corresponding angles are equal, then their corresponding sides are in the same ratio and hence the two triangles are similar.

**2. SSS (भुजा-भुजा-भुजा) समरूपता:** यदि दो त्रिभुजों में एक त्रिभुज की भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की भुजाओं के समानुपाती हों, तो इनके संगत कोण बराबर होते हैं और इसलिए त्रिभुज समरूप होते हैं।

*SSS Similarity:* If in two triangles, sides of one triangle are proportional to the sides of the other triangle, then their corresponding angles are equal and hence the two triangles are similar.

**3. SAS (भुजा-कोण-भुजा) समरूपता:** यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएँ समानुपाती हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

*SAS Similarity:* If one angle of a triangle is equal to one angle of the other triangle and the sides including these angles are proportional, then the two triangles are similar.

## 5. समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल (Areas of Similar Triangles)

**प्रमेय 6.6:** दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।

**Theorem 6.6:** The ratio of the areas of two similar triangles is equal to the square of the ratio of their corresponding sides.

**सूत्र (Formula):** यदि  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$  है, तो:

$$\frac{\text{Area}(\triangle ABC)}{\text{Area}(\triangle PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2$$

## 6. पाइथागोरस प्रमेय (Pythagoras Theorem)

**प्रमेय 6.8:** एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

**Theorem 6.8:** In a right triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the squares of the other two sides.

**सूत्र (Formula):** समकोण  $\triangle ABC$  में (जहाँ  $\angle B = 90^\circ$ ),  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ।

**प्रमेय 6.7:** यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लंब डाला जाए तो इस लंब के दोनों ओर बने त्रिभुज संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं।

## 7. पाइथागोरस प्रमेय का विलोम (Converse of Pythagoras Theorem)

**प्रमेय 6.9:** यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो, तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

**Theorem 6.9:** In a triangle, if square of one side is equal to the sum of the squares of the other two sides, then the angle opposite the first side is a right angle.