

अध्याय 5: समांतर श्रेणी

विस्तृत अध्ययन नोट्स (Detailed Study Notes - Hindi)

1. समांतर श्रेणी (Arithmetic Progression - A.P.) का परिचय

एक समांतर श्रेणी संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद (पहले पद के अतिरिक्त) अपने पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है।

इस निश्चित संख्या को A.P. का **सार्व अंतर (Common Difference)** कहा जाता है। इसे d से दर्शाते हैं।

याद रखें कि सार्व अंतर धनात्मक (positive), ऋणात्मक (negative) या शून्य (zero) हो सकता है।

A.P. का व्यापक रूप (General Form): $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

2. A.P. का n वाँ पद (nth term of an A.P.)

यदि किसी A.P. का प्रथम पद a और सार्व अंतर d है, तो उसका n वाँ पद (व्यापक पद) a_n निम्नलिखित सूत्र द्वारा दिया जाता है:

$$a_n = a + (n - 1)d$$

यदि किसी A.P. में m पद हैं, तो a_m उसका अंतिम पद (last term) निरूपित करता है, जिसे कभी-कभी l द्वारा भी व्यक्त किया जाता है। ($l = a + (n - 1)d$)

3. A.P. के प्रथम n पदों का योग (Sum of First n Terms of an A.P.)

किसी A.P. के प्रथम n पदों का योग S निम्नलिखित सूत्र से प्राप्त होता है:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

जहाँ a प्रथम पद है, d सार्व अंतर है और n पदों की संख्या है।

यदि एक A.P. का अंतिम पद (मान लीजिए n वाँ पद) l है, तो योग का एक और रूप होता है:

$$S_n = \frac{n}{2} (a + l)$$

यह रूप उस समय उपयोगी होता है जब A.P. के प्रथम और अंतिम पद दिए हों तथा सार्व अंतर नहीं दिया हो।

महत्वपूर्ण बिंदु (Important Points)

- किसी A.P. का n वाँ पद उसके प्रथम n पदों के योग और प्रथम $(n - 1)$ पदों के योग के अंतर के बराबर होता है: $a_n = S_n - S_{n-1}$
- यदि तीन संख्याएँ a, b, c A.P. में हैं, तो $2b = a + c$ या $b = \frac{a+c}{2}$ । इस स्थिति में, b को a और c का समांतर माध्य (Arithmetic Mean) कहा जाता है।
- प्रथम n धन पूर्णाकों का योग $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ होता है।
- किसी A.P. में पदों का चयन करना हो तो, 3 पद: $a - d, a, a + d$, 4 पद: $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$ लेना सुविधाजनक रहता है।

Chapter 5: Arithmetic Progressions

Detailed Study Notes (English)

1. Introduction to Arithmetic Progressions (A.P.)

An arithmetic progression is a list of numbers in which each term is obtained by adding a fixed number to the preceding term except the first term.

This fixed number is called the **common difference** of the A.P. It is denoted by d .

Remember that the common difference can be positive, negative or zero.

General Form of an A.P.: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

2. n th term of an A.P.

The n th term a_n of the A.P. with first term a and common difference d is given by:

$$a_n = a + (n - 1)d$$

a_n is also called the general term of the A.P. If there are m terms in the A.P., then a_m represents the last term which is sometimes also denoted by l .

3. Sum of First n Terms of an A.P.

The sum of the first n terms of an A.P. is given by:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

If there are only n terms in an A.P., then $a_n = l$, the last term. We can rewrite the formula as:

$$S_n = \frac{n}{2} (a + l)$$

This result is useful when the first and the last terms of an A.P. are given and the common difference is not given.

Important Points

- The n th term of an A.P. is the difference of the sum to first n terms and the sum to first $(n - 1)$ terms of it, i.e., $a_n = S_n - S_{n-1}$.
- If a, b, c are in A.P., then $b = \frac{a+c}{2}$ and b is called the arithmetic mean of a and c .
- The sum of first n positive integers is given by $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$.
- If we have to select 3 terms in A.P., it is convenient to take them as $a - d, a, a + d$. For 4 terms, take $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$.