

अध्याय 2: बहुपद (Polynomials)

Class 10 Maths Notes (Hindi & English)

1. बहुपद (Polynomial) क्या है?

एक ऐसा बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression) जिसमें चर (Variables) की घात (Power) हमेशा एक पूर्ण संख्या (Whole Number) होती है, उसे बहुपद कहते हैं। (जैसे: 0, 1, 2, 3...)

नोट: यदि चर की घात ऋणात्मक हो (जैसे x^{-1}) या भिन्न हो (जैसे \sqrt{x}), तो वह व्यंजक बहुपद नहीं कहलाता।

2. बहुपद की घात (Degree of a Polynomial)

बहुपद में चर की अधिकतम घात (Highest Power) को बहुपद की घात कहा जाता है।

- **रैखिक बहुपद (Linear Polynomial):** घात 1 वाला बहुपद।
व्यापक रूप: $ax + b$ (जहाँ $a \neq 0$)
उदाहरण: $2x - 3$
- **द्विघात बहुपद (Quadratic Polynomial):** घात 2 वाला बहुपद।
व्यापक रूप: $ax^2 + bx + c$ (जहाँ $a \neq 0$)
उदाहरण: $3x^2 - 4x + 2$
- **त्रिघात बहुपद (Cubic Polynomial):** घात 3 वाला बहुपद।
व्यापक रूप: $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (जहाँ $a \neq 0$)

3. बहुपद के शून्यकों का ज्यामितीय अर्थ

किसी बहुपद $y = p(x)$ के शून्यक (Zeroes) वे x -निर्देशांक हैं जहाँ ग्राफ x -अक्ष को प्रतिच्छेद (Intersect) करता है।

- रैखिक बहुपद का ग्राफ एक सीधी रेखा (Straight Line) होता है। (अधिकतम 1 शून्यक)
- द्विघात बहुपद का ग्राफ परवलय (Parabola - U आकार) होता है। (अधिकतम 2 शून्यक)
 - यदि $a > 0$, तो परवलय ऊपर की ओर खुला होता है (U)।
 - यदि $a < 0$, तो परवलय नीचे की ओर खुला होता है (∩)।

4. शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध (V.V.I.)

मान लीजिए एक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के दो शून्यक α और β हैं:

- शून्यकों का योग (Sum of Zeroes): $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$
- शून्यकों का गुणनफल (Product of Zeroes): $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

5. द्विघात बहुपद ज्ञात करने का मास्टर सूत्र

यदि शून्यकों का योग ($\alpha + \beta$) और गुणनफल ($\alpha\beta$) दिया गया हो, तो बहुपद होगा:

$$k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$$

(जहाँ k एक अचर है, जिसका प्रयोग भिन्नात्मक मानों को हटाने के लिए किया जाता है।)

English Medium Notes

1. What is a Polynomial?

An algebraic expression in which the power of the variables is always a **Whole Number** is called a polynomial. (e.g., 0, 1, 2, 3...)

Note: If the power of a variable is negative (like x^{-1}) or a fraction (like \sqrt{x}), then the expression is not a polynomial.

2. Degree of a Polynomial

The **highest power** of the variable in a polynomial is called the degree of the polynomial.

- **Linear Polynomial:** A polynomial of degree 1.
General Form: $ax + b$ (where $a \neq 0$)
Example: $2x - 3$
- **Quadratic Polynomial:** A polynomial of degree 2.
General Form: $ax^2 + bx + c$ (where $a \neq 0$)
Example: $3x^2 - 4x + 2$
- **Cubic Polynomial:** A polynomial of degree 3.
General Form: $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (where $a \neq 0$)

3. Geometrical Meaning of the Zeroes of a Polynomial

The zeroes of a polynomial $y = p(x)$ are the x -coordinates of the points where its graph intersects the x -axis.

- The graph of a linear polynomial is a **Straight Line**. (Maximum 1 zero)
- The graph of a quadratic polynomial is a **Parabola (U-shape)**. (Maximum 2 zeroes)
 - If $a > 0$, the parabola opens upwards (U).
 - If $a < 0$, the parabola opens downwards (∩).

4. Relationship between Zeroes and Coefficients (V.V.I.)

Let α and β be the two zeroes of a quadratic polynomial $ax^2 + bx + c$:

- **Sum of Zeroes:** $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$
- **Product of Zeroes:** $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

5. Master Formula to Find a Quadratic Polynomial

If the sum of zeroes ($\alpha + \beta$) and product of zeroes ($\alpha\beta$) are given, the polynomial will be:

$$k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$$

(Where k is a constant, used to eliminate fractional values.)