

अध्याय 1: वास्तविक संख्याएँ - फॉर्मूला शीट

1. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय (Fundamental Theorem of Arithmetic)

प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक अद्वितीय गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

- उदाहरण: $x = p_1^a \times p_2^b \times p_3^c \dots$ (जहाँ p_1, p_2, \dots अभाज्य संख्याएँ हैं)।

2. HCF और LCM का संबंध (केवल दो संख्याओं के लिए)

यदि दो धनात्मक पूर्णांक a और b हैं, तो:

$$HCF(a, b) \times LCM(a, b) = a \times b$$

- HCF (महत्तम समापवर्तक): उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंडों की सबसे छोटी घातों का गुणनफल।
- LCM (लघुत्तम समापवर्त्य): प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे बड़ी घातों का गुणनफल।

3. परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ

- परिमेय संख्या:** वह संख्या जिसे p/q के रूप में लिखा जा सके ($q \neq 0$)।
- अपरिमेय संख्या:** वह संख्या जिसे p/q के रूप में न लिखा जा सके (जैसे: $\sqrt{2}, \sqrt{3}$)।
- नियम:**

- परिमेय + अपरिमेय = अपरिमेय
- परिमेय - अपरिमेय = अपरिमेय
- परिमेय \times अपरिमेय = अपरिमेय
- परिमेय \div अपरिमेय = अपरिमेय

4. अभाज्य संख्या और भाज्यता का गुण (प्रमेय)

यदि p एक अभाज्य संख्या है और p, a^2 को विभाजित करता है, तो p, a को भी विभाजित करेगा (जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है)।

- इसी गुण का उपयोग $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ को अपरिमेय सिद्ध करने में होता है।

5. दशमलव प्रसार (Decimal Expansion)

परिमेय संख्या p/q के लिए:

1. शांत (Terminating): यदि हर q के अभाज्य गुणनखंड $2^n \times 5^m$ के रूप के हों।
2. अशांत आवर्ती (Non-terminating Repeating): यदि हर q के गुणनखंड में 2 और 5 के अलावा कोई अन्य अभाज्य संख्या हो।

6. महत्वपूर्ण अभाज्य संख्याएँ (1-50 के बीच)

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

(नोट: 1 न तो अभाज्य है और न ही भाज्य)

वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers) - मास्टर चार्ट

विषय (Topic)	मुख्य सूत्र / नियम (Key Formula/Rule)	उदाहरण (Example)
अंकगणित की आधारभूत प्रमेय	भाज्य संख्या = अभाज्य संख्याओं का गुणनफल	$12 = 2^2 \times 3$
HCF (म.स.प.)	उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंडों की सबसे छोटी घात	$HCF(6,20) = 2^1 = 2$
LCM (ल.स.प.)	सभी अभाज्य गुणनखंडों की सबसे बड़ी घात	$LCM(6,20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
दो संख्याओं का संबंध	$HCF \times LCM = a \times b$	$2 \times 60 = 6 \times 20$
अपरिमेय संख्या	जिसे p/q के रूप में न लिखा जा सके	$\sqrt{2}, \sqrt{3}, 5 - \sqrt{3}$,
दशमलव प्रसार (शांत)	यदि हर (q) का रूप $= 2^n \times 5^m$	$\frac{3}{8} = \frac{3}{2^3}$ (शांत)
दशमलव प्रसार (अशांत)	यदि हर (q) में 2 और 5 के अलावा कोई अन्य अभाज्य हो	$\frac{1}{7}$ (अशांत आवर्ती)

💡 याद रखने के लिए विशेष चित्र (Visual Aid)

🧠 स्मार्ट टिक्स (Smart Tricks for Exams)

1. HCF vs LCM पहचानना:

- अगर सवाल में "कम से कम", "न्यूनतम" या "एक साथ दोबारा" जैसे शब्द हों → LCM निकालें।

- अगर सवाल में "अधिकतम", "सबसे बड़ी माप" या "समान संख्या" जैसे शब्द हों
→ HCF निकालें।

2. अपरिमेय सिद्ध करना:

- हमेशा a/b मानकर शुरू करें।
- याद रखें: परिमेय \pm अपरिमेय = हमेशा अपरिमेय।

3. दशमलव प्रसार बिना भाग दिए:

- सिर्फ नीचे वाली संख्या (हर) के टुकड़े करें। अगर सिर्फ 2 और 5 ही मिलें, तो आँख बंद करके 'शांत' लिख दें।

Schorbit